(B.) Circular permutation

(वृत्तीय क्रमचय)

Theorm-(1) n असमान वस्तुओं के वृत्तीय क्रमचयों की संख्या $(n-1)!$ है।

=) वस्तुओं को वृत के चारों ओर रखने की स्थिति में दो क्रमचय तभी भिन्न माने जाते हैं जबकि वे केवल वस्तुओं की सापेक्ष स्थिति के अनुसार भिन्न हो, अर्थात वृत्तीय क्रमचय में किसी एक वस्तु के स्थान का कोई महत्व नहीं है बल्कि उस वस्तु की स्थिति दूसरी वस्तुओं की सापेक्ष स्थिति के अनुसार निर्धारणीय है। अतः वृत्तीय क्रमचयों की संख्या ज्ञात करने के लिए किसी वस्तु विशेष का स्थान निश्चित कर लेते हैं और फिर शेष वस्तुओं का विन्यास ज्ञात करते हैं।

इस प्रकार एक वस्तु का स्थान निश्चित करने का केवल 1 तरीका है तथा शेष $(n-1)$ वस्तुओं को $(n-1)!$ प्रकार से अनुविन्यसित किया जा सकता है। अतएव n वस्तुओं के वृत्तीय क्रमचयों की संख्या $1 \times (n-1)! = (n-1)!$ है।

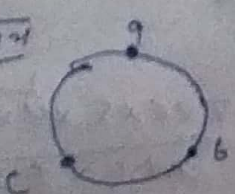
टिप्पणी :- यदि n वस्तुओं के दक्षिणावर्त (clockwise) या वामावर्त (Anticlockwise) विन्यासों को एक जैसा ही समझें तो क्रमचयों की संख्या $(n-1)!/2$ होगी।

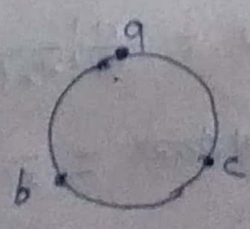
=) माना कि a, b, c तीन वस्तुएँ हैं तो इनके विन्यासों की पंक्ति में 3! होगी जो इस प्रकार है—

abc bac cab

acb bca cba

वृत्तीय क्रमचय





Theorm (2)

एक समय में n असमान वस्तुओं में r चुनने के क्रमचयों की संख्या जबकि कोई विशेष वस्तु प्रत्येक समय ली जाय $r \times {}^{n-1}P_{r-1}$ है।

(3.) यदि n वस्तुओं में k वस्तुएँ समान हो तथा शेष $(n-k)$ वस्तुएँ असमान हों तब सब वस्तुएँ एक साथ लेने पर क्रमचयों की संख्या $\frac{n!}{k!}$ है।

(4.) यदि n वस्तुओं को एक साथ लेने पर, जबकि उसमें से r एक प्रकार की हों तथा $(n-r)$ दूसरे प्रकार की, बने क्रमचयों की संख्या $\frac{n!}{r!(n-r)!}$ होगी।

(5.) सभी को साथ लेकर n वस्तुओं के क्रमचयों की संख्या $= \frac{n!}{n_1! n_2!}$ होती है जबकि उनमें से एक प्रकार की n_1 वस्तुएँ एक समान है, दूसरे प्रकार की n_2 वस्तुएँ एक समान है तथा शेष $n - (n_1+n_2)$ वस्तुएँ असमान हैं।

Examples

(1.) College शब्द के अक्षरों से कितने विभिन्न शब्द बनाये जा सकते हैं।

$\Rightarrow$ College शब्द में अक्षरों की संख्या

$$n = 7$$

यहाँ $n_1 = 2$ दो L है तथा $n_2 = 2$, दो E है।

$\therefore N = \frac{n!}{n_1! n_2!}$ द्वारा

विभिन्न शब्दों की संख्या $= \frac{7!}{2!2!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times \cancel{4}^{2} \times 3 \times \cancel{2} \times \cancel{1}}{\cancel{2} \times 1 \times \cancel{2} \times \cancel{1}}$

$\Rightarrow 7 \times 6 \times 5 \times 2 \times 3$

$= 1260$ Ans

(4.) Deed शब्द के अक्षरों से कितने विन्यास बनाये जा सकते हैं?

⇒) यहाँ कुल अक्षरों की संख्या $(n) = 4$

एक प्रकार के अक्षरों की संख्या $(k) = 2$

दूसरे प्रकार के अक्षरों की संख्या $= n - k$

$= 4 - 2 = 2$

∴ अभीष्ट विन्यास $= \frac{4!}{2!2!} = \frac{\cancel{4}^{2} \times 3 \times \cancel{2} \times \cancel{1}}{\cancel{2} \times 1 \times \cancel{2} \times \cancel{1}}$

$= 2 \times 3$

$= 6$ है

(5.) Statistics शब्द से कितने शब्द बनाये जा सकते हैं?

⇒) यहाँ अक्षरों की कुल संख्या $(n) = 10$

जिनमें तीन S, तीन T, दो I, एक A तथा एक C है।

अत: सूत्र $= N = \frac{n!}{n_1! n_2! n_3! n_4! n_5!}$ है,

∴ अभीष्ट संख्या $= \frac{10!}{3!3!2!1!1!}$

$\Rightarrow \frac{10!}{3!3!2!}$

$\Rightarrow \frac{10 \times \cancel{9}^{3} \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times \cancel{4}^{2} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times \cancel{1}}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times 1 \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times 1 \times \cancel{2} \times \cancel{1}}$

$= 10 \times 3 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5$

$= 50,400$ है